# Modelado, Simulación y Ensayo de un Supercondensador Comercial Mediante Pulsos de alta Corriente

R. Iglesias, C. Quintáns, A. Lago, J. Marcos y C. Martínez-Peñalver Departamento de Tecnología Electrónica, Universidad de Vigo 36310 Vigo, Spain quintans@uvigo.es, ramiro.iglesias@uvigo.es

*Resumen*—Los supercondensadores de potencia se utilizan en aplicaciones con continuos ciclos de carga y descarga con niveles de corrientes muy variables. Por ello, en el proceso de diseño de sistemas que incorporan estos dispositivos es importante disponer de modelos eléctricos fiables para simular su respuesta temporal. En este trabajo se estudia un modelo eléctrico lineal de tercer orden con parámetros constantes, así como un método para obtener los valores de dichos parámetros. Los resultados obtenidos mediante simulación, tanto con los parámetros hallados con el método propuesto como con los facilitados por el fabricante, se comparan con los de un ensayo real de un dispositivo comercial sometido a un impulso de corriente.

Palabras clave—Supercondensador, condensador de potencia, modelado, simulación de circuitos.

## I. INTRODUCCIÓN

En los últimos años los supercondensadores (SC), también conocidos como ultracondensadores (UC) o condensadores de doble capa (DLC, *Double Layer Capacitor*), han experimentado un avance significativo debido a su elevada capacidad de carga eléctrica por unidad de volumen, aunque están limitados a bajas tensiones de trabajo. Además, por su larga vida útil, baja densidad de energía y alta densidad de potencia se utilizan en aplicaciones con continuos ciclos de carga y descarga, y con demandas puntuales de picos de energía.

Es importante destacar el hecho de que los SC no poseen una vida útil que limite su utilización a partir de un determinado momento, sino que experimentan una degradación progresiva en sus prestaciones. Para el modelo de SC utilizado en los ensayos de este trabajo, su fabricante explica que, a medida que un SC se degrada aumenta su resistencia y disminuye su capacidad, y la vida útil queda definida en función del momento en que el dispositivo ya no cumple con las especificaciones de la aplicación para la que se utiliza [1].

En la Fig. 1 se muestran las distintas curvas de tensión de un SC sometido a un proceso de carga a intensidad constante. Como se puede observar estas curvas no son líneas rectas, lo que implica que el SC no se puede modelar como un dispositivo de primer orden con capacidad constante, sino que es necesario utilizar un modelo de orden superior.

La estructura básica de los SC consiste en dos electrodos separados por una membrana porosa impregnada con un electrolito orgánico que actúa como aislante y conductor iónico; debido a dicha estructura almacenan carga eléctrica de forma electroestática (como los condensadores convencionales) y electroquímica. Por otro lado, la relación entre el valor instantáneo de la carga almacenada y el valor instantáneo de la tensión en los terminales de los SC no es lineal debido a la pseudocapacidad derivada de los materiales y métodos utilizados para su construcción [2] [3].

Por esta razón la definición clásica (1) de capacidad constante no se puede utilizar directamente para modelar el comportamiento eléctrico de los SC y se recurre a la definición (2) de capacidad diferencial, donde dq es la variación de carga a una tensión  $u_p$  que provoca un cambio de tensión du [4].

$$C = \frac{q}{u} = \frac{\Delta q}{\Delta u} \tag{1}$$

$$C_d(u) = \frac{dq}{du}\Big|_{u_p} \tag{2}$$

A frecuencias bajas la capacidad de los SC aumenta con la tensión aplicada, esta dependencia se considera lineal, [2] [3] [5], o casi lineal [6]. De esta forma la capacidad variable de los SC se puede modelar como una capacidad constante junto con una capacidad variable que depende linealmente de la tensión en bornes.

extendido El modelo más para simular el comportamiento eléctrico de los SC fue propuesto por Zubieta [2], que observó que los SC presentan un fenómeno de distribución interna de carga. Partiendo de la propuesta de Zubieta de modelar la respuesta de los SC mediante una red RC han aparecido diversos trabajos con el objetivo de mejorar el modelo mediante la modificación del procedimiento de obtención de los parámetros [3]; considerando distintos efectos, como la respuesta en frecuencia y la variación de la temperatura [5] y [6]; o bien reduciendo el número de parámetros [7].



Fig. 1. Voltaje de un SC sometido a diferentes corrientes de carga.

Las principales dificultades que surgen a la hora de definir el modelo de circuito equivalente de un SC son:

- El número de ramas RC a considerar: se da una situación de compromiso entre la complejidad del modelo y su grado de aproximación a la realidad.
- Decidir si se consideran las capacidades de cada rama constantes o dependientes de la tensión.
- Cómo estimar las constantes de tiempo de cada rama: se debe decidir la velocidad de respuesta de cada una.
- Cómo estimar los valores de cada condensador y resistencia de las ramas: en principio la constante de tiempo de cada rama no tiene por qué estar únicamente definida con la capacidad y resistencia de la misma. Una rama puede ser más rápida porque su resistencia equivalente es menor o porque lo es su capacidad.

El objetivo es exponer un método para obtener los parámetros del modelo más extendido para simular este tipo de dispositivos siguiendo las suposiciones empleadas por el fabricante y comparar los resultados obtenidos de simular uno y otro modelo.

De acuerdo con [1] dado que el almacenamiento de la carga no se debe a una reacción química la capacidad es muy estable respecto a la temperatura; la resistencia del SC se ve más afectada por la temperatura pero para un rango comprendido entre 20-70, que es en el cual se realizaron los ensayos de este trabajo, su efecto es muy reducido. Por ello, no se ha tomado en consideración la temperatura.

En este trabajo se modela y simula a baja tensión el SC comercial BCAP 1200 [8]. En el siguiente apartado se describe el modelo propuesto por el fabricante y se obtienen los parámetros del mismo. En los apartados subsiguientes se propone un método alternativo para calcular dichos parámetros. Finalmente se simulan ambos modelos y se comparan los resultados con los datos de un ensayo real.

#### II. MODELO PROPUESTO POR EL FABRICANTE

#### A. Descripción del modelo

El modelo sugerido en [9] por el propio fabricante del SC está basado directamente en el modelo de tres constantes de tiempo expuesto en [2] y [3], que considera la carga de los condensadores de cada rama desacoplada. Consiste en modelar la respuesta del SC mediante un circuito equivalente de elementos pasivos: una red RC de tres ramas no teniendo en cuenta la dependencia de la capacidad con respecto a la tensión.

Para la obtención de los parámetros del modelo del SC el fabricante propone escalar determinados parámetros proporcionados en las hojas de características de acuerdo con unas reglas específicas. De esta forma se obtienen los parámetros del modelo equivalente sin la necesidad de realizar pruebas experimentales sobre el dispositivo.



Fig. 2. Modelo de circuito equivalente de SC.

Las reglas para obtener los parámetros del modelo equivalente de un SC de N = 3 ramas, y el conjunto de parámetros obtenidos para modelar el BCAP 1200 se recogen, resumidas, en las tablas siguientes:

| TABLA I | REGLAS DEL FABRICANTE PARA OBTENER LOS |
|---------|--|
|         | PARAMETROS                             |

|    | Rama 1                             | Rama 2                              | Rama 3                              |
|----|------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| R  | $N \cdot 0.7 \cdot ESR$            | $N \cdot 909.37 \cdot ESR$          | $N \cdot 2380.7 \cdot ESR$          |
| С  | $\frac{1}{N} \cdot 1.05 \cdot C_0$ | $\frac{1}{N} \cdot 0.095 \cdot C_0$ | $\frac{1}{N} \cdot 0.248 \cdot C_0$ |
| τ  | $0.7 \cdot (ESR \cdot C_0)$        | $86.1 \cdot (ESR \cdot C_0)$        | $590.1 \cdot (ESR \cdot C_0)$       |
| Rp |                                    | $\frac{V_N}{I_{LK}}$                |                                     |

| TABLA II | PARÁMETROS OBTENIDOS SEGÚN LAS REGLAS DEL |
|----------|---|
|          | FABRICANTE                                |

| TADRICAME |          |          |           |
|-----------|----------|----------|-----------|
|           | Rama 1   | Rama 2   | Rama 3    |
| R         | 0.387 mΩ | 0.527 Ω  | 1.381 Ω   |
| С         | 1260 F   | 114 F    | 297.6 F   |
| τ         | 0.487 s  | 60.125 s | 410.922 s |
| Rp        |          | 1000 Ω   |           |

## B. Simulación del modelo, conjunto de parametros 1

A partir de los parámetros obtenidos en el apartado anterior se ha simulado la respuesta del SC mediante el software OrCAD PSpice (Fig. 3). En dicha simulación se parte de unas condiciones iniciales de tensión cero y se carga durante 4 s a una corriente constante de 64 A, que supone el 91.4 % de la intensidad nominal del condensador.



Fig. 3. Simulación del SC, conjunto de parámetros 1.

Durante el pulso de corriente se supone que sólo se carga C1 y la tensión aumenta hasta pasar de los 0.2 V. Después, ésta decae bruscamente apareciendo un pico debido a la caída de tensión que había en R1 durante la carga. En este periodo de carga, las tensiones en C2 y C3 apenas aumentan. Una vez que cesa la corriente se observa cómo se reparte una porción de la carga de C1 por las distintas ramas del SC. Así se evalúan independientemente R1 y C1 del resto de parámetros.

#### III. MÉTODO PROPUESTO PARA LA OBTENCIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO

# A. Descripción del método

El método propuesto para obtener los parámetros del modelo de tres ramas de la Fig. 2 supone, al igual que el método propuesto por el fabricante [9], que es de parámetros constantes.

La identificación de los parámetros del modelo se realiza a partir de la respuesta a un impulso de corriente constante como el que se realizó en la simulación del apartado anterior. Este tipo de ensayos son ampliamente utilizados para caracterizar SCs por sus posibilidades y su relativa sencillez [5]. El banco de pruebas para realizar este tipo de ensayo está representado de forma esquemática en la Fig. 4.

Para la adquisición y registro de los datos de interés (tiempo, tensión y corriente) se utiliza una tarjeta de adquisición de datos USB-6211 conectada a un computador.



Fig. 4. Banco de pruebas.

Para el cálculo de los parámetros es necesario partir de una serie de hipótesis y/o condiciones, que son:

- El SC parte de un estado de equilibrio conocido. Es decir, no hay cambios electroquímicos internos ni distribución de cargas.
- Bajo condiciones de poca variación de tensión la capacidad del SC puede considerarse constante.
- Después del impulso de carga a corriente constante la carga almacenada por el condensador de la rama rápida (R1, C1) se distribuye a los condensadores de las ramas media y lenta.
- Se considera que la respuesta del SC a un proceso de carga rápida durante unos pocos segundos sólo se debe a los parámetros de la rama rápida.

En los resultados de la simulación del apartado anterior se ve cómo durante la carga de C1, el resto de los condensadores del circuito están a una tensión aproximadamente constante, lo que implica que la carga inicial de C1 puede considerarse desacoplada de la del resto en el modelo.

## B. Obtención de los parámetros del modelo

Se parte de una situación inicial en la que el SC está descargado y ha permanecido en ese estado durante un tiempo suficientemente largo como para considerar que esta en régimen estacionario. En el presente caso se mantuvo 7 días con los terminales cortocircuitados.

Una vez asegurado que se conoce el estado inicial del SC este se somete a un impulso de corriente  $I_{ch}$  de 64 A (91 % de la corriente nominal) durante un tiempo lo suficientemente corto como para considerar que sólo se carga la capacidad C1 del modelo, y suficientemente largo como para alcanzar un incremento de tensión significativo.

Se han realizado ensayos con tiempos de entre 3 y 20 s, y se ha considerado adecuado un ancho de pulso alrededor de 4 s porque se obtenía una curva para la tensión más lineal. Tras el pulso de carga se desconecta el SC y se registra la evolución de la tensión durante varios días (hasta que se aprecia una variación de tensión muy lenta).

La Fig. 5 muestra la evolución de la tensión del SC durante la realización del experimento; se definen sobre estas medidas los diferentes tramos y puntos de interés que se utilizan en el método propuesto para la obtención de los parámetros del modelo.



Fig. 5. Respuesta del SC a un impulso de corriente de ancho 4 s.

#### 1) Cáculo de C1 y R1

Durante el tiempo que dura el impulso, se carga la capacidad C1; como C2 y C3 están descargados, al aumentar la tensión en bornes del dispositivo, aparece una corriente por el equivalente paralelo de R2 y R3. Como aproximación, esta corriente se desprecia frente a la corriente que fluye por C1 y R1. Esto es equivalente a considerar que durante este tiempo no se cargan C2 y C3.



Fig. 6. Circuito equivalente durante el pulso de carga



Fig. 7. Tramo de carga

Con (3) se calcula C1 teniendo en cuenta que la carga eléctrica transferida de la fuente de alimentación al dispositivo durante el impulso de corriente ha ido toda a la capacidad C1. Para ello se define un tramo de la recta de carga en el que la corriente sea lo más constante posible, puntos A y B. A partir de (4) se calcula la resistencia R1 observando la caída de tensión al cesar la corriente, puntos C y D.

$$C_1 = \left(\frac{t_B - t_A}{V_B - V_A}\right) \cdot \bar{I}_{ch}$$
(3)

$$R_1 = \frac{V_C - V_D}{\bar{I}_{ch}} \tag{4}$$

Tanto en (3) como en (4),  $\bar{I}_{ch}$  se corresponde con el valor promedio de la corriente durante el tramo de carga considerado.

Cabe señalar que se está estimando la capacidad para un valor de tensión determinado entorno a una rango de tensión reducido, que en este caso varía entre 0.18 y 0.33 V (Fig. 8). En este caso, si se calcula la capacidad diferencial de acuerdo con (2) (Fig. 8), la variación resultante en el rango de tensiones de trabajo es inferior al 7% de la nominal, por lo que teniendo en cuenta este margen la suposición puede considerarse válida. Para estimar los parámetros para otros valores de tensión, se debe repetir el ensayo.



Fig. 8. Capacidad diferencial en el rango de tensión de trabajo

## 2) Cálculo de la capacidad total

La capacidad total se calcula a partir de la tensión final que alcanza el dispositivo suponiendo que ha transcurrido tiempo suficiente para que las tensiones de las tres capacidades del modelo se hayan igualado.

Como la carga total del sistema es la almacenada por C1 en el punto D, tomando como valor final la tensión  $V_{G2}$  de la curva de la Fig. 5 y teniendo en cuenta que la carga se conserva, se tiene que:

$$(C_1 + C_2 + C_3) \cdot \mathbf{V}_{G2} = C_1 \cdot \mathbf{V}_{D}$$
<sup>(5)</sup>

$$C_2 + C_3 = C_1 \cdot \left(\frac{V_D}{V_{G2}} - 1\right)$$
 (6)

$$C_T = C_1 + C_2 + C_3 \tag{7}$$

## 3) Cálculo de R2 en paralelo con R3

En el instante en que cesa la corriente externa, el efecto de R1 se desprecia, ya que su valor es muy inferior al de R2

y R3. Además, C2 y C3 se suponen descargados por lo que R2 puede considerarse en paralelo con R3.



Fig. 9. Circuito equivalente en el instante en que finaliza la carga.

Al no tener en cuenta el efecto de R1, la caída de tensión medida en bornes del SC puede considerarse como la caída de C1 y de R2//R3 en el tramo siguiente al instante D.

La duración del tramo, delimitado por los puntos E1 y E2 (Fig. 10), se debe escoger de manera que pueda considerarse que tanto C2 como C3 permanecen descargados.



Fig. 10. Transitorio inicial de descarga de C1 sobre C2 y C3.

La corriente de distribución de carga se debe a la variación de carga en C1 por lo que se obtiene:

$$\frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{V_E}{-\frac{dV}{dt}\Big|_E \cdot C_1}$$
(8)

Donde  $\overline{V}_E$  es el valor medio de la tensión y  $\frac{dV}{dt}\Big|_E$  la pendiente de la misma durante el tramo en cuestión.

#### 4) Ajuste de C2, R2, C3 y R3

Tras el transitorio inicial en el que C2 y C3 se consideran descargados, C2 empieza a cargarse y después de un cierto tiempo lo empieza a hacer C3. Los métodos propuestos en [2] y [3] de los que deriva el sugerido por el fabricante para calcular el valor de los parámetros suponen que la carga de los condensadores C2 y C3 está desacoplada; a la luz de los resultados de la simulación de la Fig. 3 esta suposición es cuestionable, pues durante el tramo final de la carga de C3 la tensión en C2 tiene ya un valor considerable.

En lugar de suponer a priori el comportamiento de estas dos ramas se decidió definir dos parámetros, p1 y p2,

$$p_1 = \frac{C_3}{C_2} \tag{9}$$

$$p_2 = \frac{R_3}{R_2}$$
(10)

y expresar C2, R2 C3 y R3 en función de dichos parámetros y de los valores de la capacidad total (5), y del paralelo de R2 y R3 dado por (8).

$$C_2 = \left(\frac{1}{1+p_1}\right) \cdot \left(C_T - C_1\right) \tag{11}$$

$$C_3 = \left(\frac{p_1}{1+p_1}\right) \cdot \left(C_T - C_1\right) \tag{12}$$

$$R_2 = \left(1 + \frac{1}{p_2}\right) \cdot \left(R_2 / / R_3\right) \tag{13}$$

$$R_{3} = (p_{2} + 1) \cdot (R_{2} / / R_{3})$$
(14)

Teniendo en cuenta la suposición utilizada en los apartados anteriores de que el condensador C2 (y el C3) permanece descargado durante el pulso de carga y en los instantes inmediatamente siguientes, se debe añadir una condición a mayores:

$$C_2 \cdot R_2 \ge k \tag{15}$$

Donde el valor k tiene unidades de tiempo y se escoge de forma que el C2, atendiendo a la gráfica de la Fig. 3, no se cargue más de un 10% del valor final de tensión durante un periodo de tiempo de aproximadamente 5 R1C1. Para ello se opera con las ecuaciones anteriores, resultando:

$$p_1 \cdot p_2 = \frac{p_1 \cdot (1 + p_2) \cdot (C_T - C_1) \cdot (R_2 / / R_3)}{(R_2 \cdot C_2) \cdot (1 + p_1)} \quad (16)$$

Si además se considera que la relación entre las resistencias de las ramas 2 y 3 es tal que  $p_2 \approx p_2 + 1$  la condición definida por (15) se reduce a:

$$p_1 \le \frac{(C_T - C_1) \cdot (R_2 / / R_3)}{k}$$
 (17)

A continuación, se ajustó la respuesta del modelo a la curva de datos real comprendida entre los puntos F1 y F2 (Fig. 5). Para ello, se realizó un barrido paramétrico con p1 y p2 con las restricciones siguientes:

- k= 33 s
- $1 \le p_1 \le 3$
- $10 \le p_2 \le 20$

## 5) Resistencia de pérdidas en paralelo Rp

Para estimar la resistencia equivalente paralelo Rp se utiliza la información del proceso de autodescarga del SC suponiendo que:

- Las resistencias de las ramas R1, R2 y R3 son despreciables, es decir, mucho menores que Rp.
- El dispositivo está en régimen semiestacionario: no hay movimiento interno de cargas significativo y, por tanto, las tensiones de las capacidades de las tres ramas son iguales.
- Las tres capacidades del modelo se descargan a la vez, manteniéndose a la misma tensión.

Se supone, entonces, que el tramo de autodescarga, definido por G1 y G2 (Fig. 5), sigue una exponencial decreciente que tiende a cero donde la constante de tiempo está determinada por la capacidad total calculada en (5) y la Rp:

$$V_{G1} = V_{G2} \cdot e^{-t/(C_T \cdot R_P)}$$
(18)

#### 6) Parámetros obtenidos

Siguiendo el procedimiento descrito en los apartados anteriores los valores que se obtienen para los parámetros del modelo se muestran en la tabla siguiente.

| TABLA III P | ARÁMETROS OBTENIDOS, PROCEDIMIENTO PROPUESTO. |
|-------------|---|
|-------------|---|

|    | Rama 1   | Rama 2 | Rama 3   |
|----|----------|--------|----------|
| R  | 0.724 mΩ | 0.4 Ω  | 4.4 Ω    |
| С  | 939F     | 84 F   | 251 F    |
| τ  | 0.68 s   | 33.6 s | 1104.4 s |
| Rp |          | 2831 Ω |          |

## C. Simulación del modelo, conjunto de parámetros 2

El modelo se simuló con los parámetros obtenidos en el apartado anterior mediante el software OrCADP Spice. La simulación consistió, al igual que la realizada en el Apartado II, en cargar durante 4 segundos el SC con condiciones iniciales nulas a una corriente constante de 64 A. En la Fig. 11 se compara el resultado de la simulación durante el tramo de carga del SC con los datos del ensayo real.



Fig. 11. Curvas de carga obtenidas del ensayo real y de la simulación.

En la Fig. 12 se puede ver cómo la carga de los condensadores está desacoplada pese a no haber sido una condición previa del procedimiento para hallar los parámetros. La gran diferencia de tiempo entre la carga de C2 y C3 se debe a que se ha modelado un tramo de tiempo muy extenso con únicamente tres ramas en el modelo.

#### IV. COMPARACIÓN DE SIMULACIONES Y DATOS REALES

Para analizar el comportamiento del modelo con los dos conjuntos de valores obtenidos para los parámetros se simuló una autodescarga en la que ambos circuitos parten del punto en el que comienza la descarga de C1 (distribución interna de cargas). Para ello se ajusta el valor inicial del condensador de la rama rápida a la tensión máxima que alcanzó en bornes el SC durante la carga, descontando el efecto de R1. También se simuló una carga con pulso de corriente constante de igual valor al del experimento.

Las Fig. 13 y Fig. 14 muestran el resultado de las simulaciones; Set 1 hace referencia al conjunto de parámetros obtenidos con las especificaciones del fabricante, TABLA II, y Set 2 al conjunto de valores para los parámetros obtenidos con el método presentado, TABLA III.

En las Fig. 13 y Fig. 14 se aprecia que el resultado obtenido con los parámetros propuestos por el fabricante presenta grandes desviaciones durante la parte transitoria de distribución de cargas interna respecto a los datos reales. Por otro lado, el resultado de simular el modelo con los parámetros obtenidos a partir del método descrito presenta también desviaciones respecto de los datos reales.



Fig. 12. Simulación del SC, conjunto de parámetros 2.



Fig. 13. Descarga del SC, medidas y simulaciones.



Fig. 14. Carga del SC, medidas y simulaciones.

## V. CONCLUSIONES

Se han realizado una serie de ensayos reales para modelar un SC en un entorno de bajas tensiones y se han extraído los parámetros correspondientes al modelo más extendido. Se ha seguido tanto el método propuesto por el fabricante como un método propio para hallar dichos valores.

Se han realizado simulaciones mediante PSpice de los modelos extraídos y se han contrastado las respuestas de ambos modelos con ensayos reales. A la luz de los resultados el mayor problema que presentan estos modelos es en el régimen transitorio durante el cual se balancean las cargas. La respuesta del modelo propuesto por el fabricante no fue el esperado, presentando serias desviaciones.

El ajuste y selección de los tramos adecuados para calcular los parámetros es problemático, acotando y seleccionando de forma más precisa dichos intervalos se podría esperar una mejora en el ajuste.

Se debe tener presente que el modelo estudiado no tiene en cuenta la dependencia que tiene la capacidad de estos dispositivos respecto de la tensión puesto que están ideados para ser utilizados en entornos de poca variación de tensión, y que los parámetros sugeridos por el fabricante están pensados para utilizarse a tensiones cercanas a la tensión nominal.

Los resultados confirman la dificultad de modelar un SC mediante una red RC de condensadores constantes, aún en entornos de poca variación de tensión.

El modelo utilizado puede ser mejorado en trabajos futuros ampliando, por ejemplo, el número de ramas.

#### AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por la *Consellería de Economía e Industria* de la Xunta de Galicia en el marco de las ayudas correspondientes al programa de Diseño y Producción Industrial, bajo el proyecto de investigación 10DPI303007PR.

#### **BIBLIOGRAFÍA**

- "Product Guide Maxwell Technologies BOOSTCAP Ultracapacitors," Maxwell Tech., San Diego, CA., U.S.A., Data Sheet, [Online]. Available: http://www.maxwell.com/products/ ultracapacitors/docs/1014627\_boostcap\_product\_guide.pdf [10, Jan. 2014].
- [2] L. Zubieta and R. Bonert, "Characterization of double-layer capacitors for power electronics applications," IEEE Trans. Ind. Appl., vol.36, no.1, pp.199-205, Jan/Feb, 2000.
- [3] D. New, "Double layer capacitors: Automotive applications and modeling," M.S. thesis, Dept. Elect. Eng. and Comput. Sci., M.I.T., Cambridge, Mass., U.S.A., 2004.
- [4] C. Desoer, E. Kuh, "Circuit elements," in Basic Circuit Theory, 1<sup>st</sup> ed., Columbus, OH.: McGraw-Hill Higher Educ., 1969.
- [5] W. Lajnefetal., "Characterization methods and modelling of ultracapacitors for use as peak power sources," J. Power Sources, vol.168, no.2, pp.553-560, Jun., 2007.
- [6] F. Rafiketal., "Frequency, thermal and voltage supercapacitor characterization and modeling," J. Power Sources, vol.165, no.2, pp.928-934, Mar., 2007.
- [7] J. Solano et al., "Modeling and Parameter Identification of Ultracapacitors for Hybrid Electrical Vehicles," in Proc. 9<sup>th</sup> IEEE Vehicle Power and Propulsion Conf., Beijing, China, 2013, pp.1-4.
- [8] "K2 Series Ultracapcitors,"Maxwell Tech., San Diego, CA., U.S.A., Data Sheet, [Online]. Available: http://www.maxwell.com/products/ ultracapacitors/docs/datasheet\_k2\_series\_1015370.pdf [10, Jan. 2014].
- [9] "Energy buffers," Maxwell Tech., San Diego, CA., U.S.A., Whitepaper, 2009.